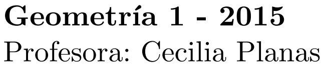
Universidad De Los Lagos
Departamento de Ciencias Exactas
Pedagogía en Matemática y Computación



Geometría 1 - 2015



Profesora: Cecilia Planas
Ayudante: Samuel Fuentes

Contenidos Ayudantía #4

La ayudantía 4 es el jueves 29 de octubre a las 14.15h en la sala E 203. Resolveremos ejercicios de la Guía 10 (Medida de Ángulos), y dependiendo de la clase de mañana, analizaremos la veracidad de afirmaciones sobre Congruencia de Triángulos. Los contenidos corresponden a estos postulados, teoremas y definiciones:

Definición 1. Un ángulo central de una circunferencia es un ángulo cuyo vértice es el centro de la circunferencia.

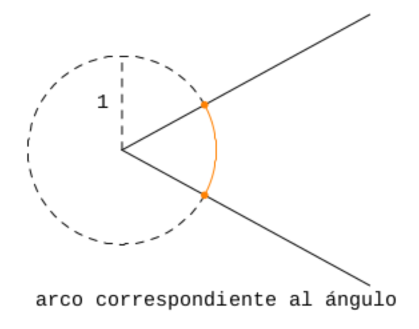
Definición 2. Decimos que un ángulo intercepta a un arco si:

1. los extremos del arco están en el ángulo
2. todos los otros puntos del arco están en el interior del ángulo, y
3. a cada lado del ángulo pertenece un extremo del arco.



Definición 3. El arco menor AB corresponde al ángulo $\angle DOC$ si:

1. el arco AB está incluido en una circunferencia de radio 1,
2. el ángulo $\angle DOC$ es un ángulo central de tal circunferencia, y
3. el ángulo $\angle DOC$ intercepta al arco AB



Definición 4. Dos arcos incluidos en circunferencias congruentes son congruentes si tienen la misma longitud.

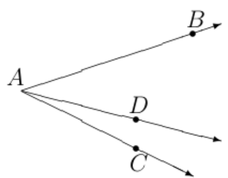
Definición 5. La medida de un ángulo $\angle DOC$, denotada por —$\angle DOC$— ó $\measuredangle DOC$ es la longitud de su arco correspondiente.

Definición 6. Un grado está definido como $\frac{\pi}{180}$. Es decir, $\frac{\pi}{180} = \frac{2\pi}{360} = \frac{\pi/2}{90} = \frac{\pi/3}{60} = \frac{\pi/6}{30} = \frac{\pi/4}{45}$ es un grado, lo cual significa que:
π =180 grados,
2π =360 grados,
$\frac{\pi}{2}$ =90 grados,
$\frac{\pi}{3}$ =60 grados,
$\frac{\pi}{6}$ =30 grados,
$\frac{\pi}{4}$ =45 grados.
Si $x \in \mathbb{R}$, entonces x° denota x grados, así por ejemplo $\frac{\pi}{2} = 90^\circ$, $\frac{\pi}{3} = 60^\circ$, $\frac{\pi}{6} = 30^\circ$, $\frac{\pi}{4} = 45^\circ$, $\frac{\pi}{180} = 1^\circ$

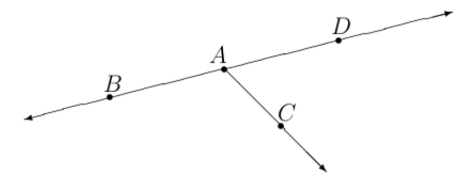
Teorema 1. La medida de un ángulo es un número real mayor que 0 y menor que π

Postulado 1 (de construcción de ángulos)**.** Sea $\overrightarrow{AB}$ un rayo incluido en la arista de un semiplano Λ. Para cada número r entre 0 y π existe únicamente un rayo $\overrightarrow{AP}$, con $P \in \Lambda$, tal que $\measuredangle PAB = r$

Teorema 2 (de adición de ángulos)**.** Si D está en el interior del $\angle BAC$, entonces $\measuredangle BAC = \measuredangle BAD + \measuredangle DAC$.



Definición 7. Si $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AD}$ son rayos opuestos, y $\overrightarrow{AC}$ es otro rayo decimos que los ángulos $\angle BAC$ y $\angle CAD$ forman un par lineal.



Definición 8. Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es π. Además se dice que uno es suplementario del otro.

Definición 9. Dos ángulos son complementarios si la suma de sus medidas es $\frac{\pi}{2}$. Además se dice que uno es complemento del otro.

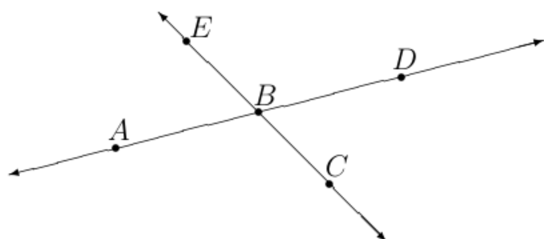
Teorema 3 (Teorema del suplemento o del par lineal)**.** Si dos ángulos forman un par lineal entonces son suplementarios

Definición 10. Un ángulo recto es un ángulo cuya medida es $\frac{\pi}{2}$, es decir cuya medida es de $90°$

Definición 11. Si $\angle BAC$ es recto, entonces decimos que los rayos $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ son perpendiculares (en A) y a tal hecho lo denotamos como $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$. De manera más general, si ℓ_1 es una recta, rayo o segmento tal que $A \in \ell_1 \subset \overleftrightarrow{AB}$ y ℓ_2 es una recta, rayo o segmento tal que $A \in \ell_1 \subset \overleftrightarrow{AC}$, entonces decimos que ℓ_1 es perpendicular a ℓ_2 o que ℓ_1 y ℓ_2 son perpendiculares y los denotamos como $\ell_1 \perp \ell_2$

Definición 12. Dos ángulos que tienen la misma medida se dice que son congruentes, también se dice que uno es congruente con el otro.

Definición 13. Dos ángulos $\angle ABC$ y $\angle DBE$ son opuestos por el vértice si $\overrightarrow{BD}$ es opuesto a un lado de $\angle ABC$ y el otro lado de $\angle DBE$ es opuesto al otro lado de $\angle ABC$.



Teorema 4 (De los ángulos opuestos por el vértice)**.** Dos ángulos opuestos por el vértice son congruentes.

Definición 14. Dados dos triángulos $\triangle ABC$ y $\triangle DEF$. Decimos que la correspondencia $ABC \leftrightarrow DEF$ es una congruencia si cualesquiera dos ángulos correspondencia son congruentes y cualesquiera dos lados correspondientes son congruentes. Más precisamente $ABC \leftrightarrow DEF$ es una congruencia si: $\angle BAC \cong \angle EDF$; $\angle ABC \cong \angle DEF$; $\angle ACB \cong \angle DFE$
$\overline{AB} \cong \overline{DE}; \overline{BC} \cong \overline{EF}; \overline{AC} \cong \overline{DF}$.
Al hecho de que $ABC \leftrightarrow DEF$ sea una congruencia lo denotamos así: $ABC \cong DEF$

Definición 15. Decimos que dos triángulos t_1 y t_2 son congruentes (denotado $t_1 \cong t_2$) si existe una correspondencia entre los vértices del primero y del segundo que sea una congruencia.

Definición 16. Decimos que un lado de un triángulo está comprendido por los ángulos cuyos vértices son extremos del lado. Un ángulo de un triángulo está comprendido por los lados del triángulo que tienen como extremo común al vértice del ángulo. Por ejemplo, en un $\triangle ABC$, el ángulo $\angle BC$ está comprendido por $\overrightarrow{AB} ypor \overrightarrow{BC}$, y el lado $\overline{AB}$ está comprendido por $\angle BAC$ y por $\angle ABC$.

Definición 17. En un triángulo, si un ángulo dado está comprendido por dos lados, al otro lado se le llama lado opuesto al ángulo dado. Similarmente, si un lado dado está comprendido por dos ángulos, al otro se le llama ángulo opuesto al lado dado. Por ejemplo en el $\triangle ABC$, $\overline{AC}$ es el lado opuesto a $\angle ABC$ y el lado $\overline{AB}$ es opuesto al ángulo $\overline{ACB}$. Un ángulo y un lado de un triángulo que no son opuestos se dice que son adyacentes o que uno es adyacente al otro.